Aspekte einer neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur im Mathematikunterricht der Abendrealschulen ausgerichtet auf die besonderen Verhältnisse in der Erwachsenenbildung

Jörg Gutschank

28. Dezember 2005

Zusammenfassung

Diese Hausarbeit, nach § 33 OVP, beschäftigt sich mit der Unterrichts- und Aufgabenkultur im Mathematikunterricht an Abendrealschulen. Dabei werden die besonderen Verhältnisse der Erwachsenenbildung, insbesondere die Heterogenität der Studierenden und der Migrationshintergrund besonders berücksichtigt. Die drei Teilaspekte (Unterrichts-, Aufgabenkultur und Erwachsenenbildung) werden vernetzt und es werden Beispiele entwickelt, die am Rahel-Varnhagen-Kolleg umgesetzt werden sollen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Diese Hausarbeit befasst sich mit Aspekten einer neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur, die besonders für die Erwachsenenbildung geeignet erscheint die Herausforderungen des Mathematikunterrichts zu meistern.

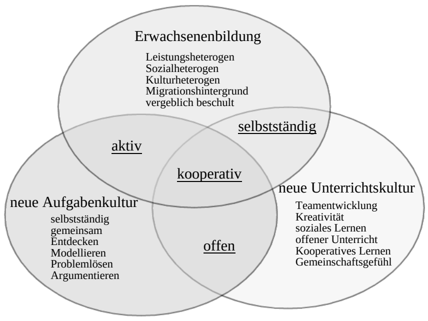

Abbildung 1: Die Arbeit begegnet den Herausforderungen der Erwachsenenbildung mit einer neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur.

Die geforderte neue Aufgabenkultur beschreibt Veränderungen im Umgang mit Mathematikaufgaben (Büchter und Leuders, 2005), die vor allem seit den PISA*- und TIMSS†-Untersuchungen wieder öffentlich diskutiert werden, während es bei der neuen Unterrichtskultur um den Umgang des Lehrers mit den Schülern oder Studierenden‡ geht. Hierbei sind besonders (bereits ältere) psychologische Erkenntnisse (Dreikurs, 2004), aber auch Forderungen der Wirtschaft, nach selbstständigen und teamfähigen Arbeitskräften, die Probleme effizient lösen, (Wahl u. a., 1993; Klippert, 2002) zu berücksichtigen. Diese beiden Aspekte sind inhaltlich vernetzt: der Unterricht soll offen sein, aber es sollen auch offene Aufgaben gestellt werden. Die Lernenden sollen selbstständiger werden und selbst erkennen, wie sie an eine Aufgabe herangehen. Sie sollen Aufgaben gemeinsam angehen und teamfähig werden. Sie sollen mathematische Inhalte vernetzen, aber sie sollen auch soziale Beziehungen knüpfen und quasi miteinander vernetzt sein.

In der Erwachsenenbildung sind die Studierenden in der Regel bereits vergeblich beschult, mit sehr unterschiedlichem Bildungsstand und aus unterschiedlichen Kulturen zusammengesetzt. Solche heterogenen Lerngruppen mit vielen Teilnehmern mit Migrationshintergrund sind im Unterricht eine Herausforderung. Speziell in der Mathematik wurde bei PISA vor allem kritisiert, dass Lernende mit Migrationshintergrund in Deutschland schlechte Chancen haben. So gibt es also bei den Herausforderungen der Erwachsenenbildung unterrichtliche ebenso wie speziell mathematische Aspekte, die offensichtlich zusammenhängen.

In dieser Arbeit sollen nun diese Einzelaspekte verknüpft werden. Der unterrichtliche Rahmen, der soziale Umgang, die gemeinsame Arbeit in Teams und die mathematischen Aufgaben sollen als Chance gesehen werden, die genannten Herausforderungen anzugehen.

Die Arbeit wurde dafür folgendermaßen strukturiert: In Kapitel 2 dieser Arbeit wird zunächst die derzeitige Situation geschildert und es werden die Herausfor-

---

* *Programme for International Student Assessment* der OECD

† *Third International Mathematics and Science Study* bzw. seit 2003 *Trends In Mathematics and Science Study*

‡ Im zweiten Bildungsweg werden die Lernenden in der Regel als Studierende bezeichnet.

derungen angesprochen, die zu der Forderung der neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur führen. Diese Forderungen werden formuliert. Kapitel 3 beschreibt die besonderen Anforderungen im zweiten Bildungsweg und vernetzt diese mit der neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur. Anschließend werden in Kapitel 4 die Erfahrungen mit einer konkrete Klasse aus der Abendrealschule (ARS) des Rahel-Varnhagen-Kollegs beschrieben. Daraus ergeben sich Handlungsanweisungen, wie die neue Unterrichts- und Aufgabenkultur das Lernen in der Abendrealschule verbessern soll. Am Schluss wird in Kapitel 5 ein Fazit gezogen und ein kurzer Ausblick gegeben.

Die notwendige neue Kultur im Mathematikunterricht führt somit zu konkreten Verbesserungsvorschlägen für den Unterricht in der Abendrealschule am Rahel-Varnhagen-Kolleg.

2 Unterrichts- und Aufgabenkultur

2.1 Nur ein Gefühl? – der subjektive Eindruck

Zunächst stelle ich den gegenwärtigen Zustand des Mathematikunterrichts aus meiner subjektiven Sicht dar, bevor ich bei der Formulierung der Forderungen für eine neue Unterrichts- und Aufgabenkultur die Literatur zu rate ziehe. Was ist Unterrichts- und Aufgabenkultur? Wie ist Mathematikunterricht zur Zeit?

Kultur (lat. *cultura*) bedeutet, laut Enzyklopädie[§], Pflege und schließt die physischen Werkzeuge ebenso ein, wie die geistigen Hervorbringungen der Menschheit. Ich bezeichne im folgenden die Art und Weise, wie wir mit einander umgehen oder umgehen möchten als *Kultur. Unterrichtskultur* ist die Pflege des guten Unterrichts, die Art und Weise, wie wir die Lernenden führen, nicht belehren, wie wir mit ihnen zusammenarbeiten. *Aufgabenkultur* bezeichnet speziell das „Werkzeug“ Aufgabe und wie wir dieses pflegen.

Mein eigenes Abitur liegt nun mehr als 15 Jahre zurück und meine ersten Begegnungen mit Mathematikunterricht in der Grundschule und dem Gymnasium in den 1970er und 1980er Jahren waren geprägt von lehrerzentriertem Frontalunterricht. Die Aufgaben wurden in der Regel in Einzelarbeit gerechnet. Der Lehrer hat üblicherweise einen bestimmten Lösungsweg mit uns fragend-entwickelnd „erarbeitet“. Anschließend mussten wir seinen Lösungsweg üben, bis wir ihn beherrschten. Warum der Unterricht so war, wie er war und ob das so gut oder schlecht ist, ging uns Schüler nichts an.

Seit dieser Zeit hat sich einiges getan. Von den Seminarleitern des Studienseminars und von Bekannten mit Kindern in den unterschiedlichsten Schulstufen und Formen bekommt man einen (subjektiven) Einblick in die Unterrichts-

[§] z.B. http://de.wikipedia.org/wiki/Kultur und Aufgabenkultur der verschiedenen Schulstufen. Vor allem in vielen Grundschulen ist es üblich geworden in Gruppen gemeinsam zu lernen, zu entdecken und die Unterrichtsgegenstände im Wortsinn zu „begreifen“, also anzufassen. Es gibt Projekte, Wochenplan-Arbeit und fächerübergreifende Angebote. Auch für die weiterführenden Schulen gibt es diese Ideen und ein paar vereinzelte Lehrerkollegen, die versuchen moderne didaktische Konzepte zu verwirklichen, oft aber auch frustriert wieder aufgeben. Auch aus meiner nunmehr einjährigen Erfahrung am Rahel-Varnhagen-Kolleg erkenne ich, dass viele Kollegen lieber wieder dazu übergehen so zu unterrichten, wie ich es aus meiner Schulzeit kenne.

Von begeisterten Kollegen und Seminarleitern hört man jedoch vereinzelt, dass es ganz anders sein sollte, dass Unterricht und Unterrichten Spaß macht, wenn man es anders probiert. Eben mit einer anderen Unterrichts- und Aufgabenkultur. Jeder hat dafür seine ganz persönlichen Vorlieben für diesen oder jenen Pädagogen, dieses oder jenes didaktische Konzept. Gemeinsam ist ihnen, dass sie den Umgang mit den Lernenden verändern und verbessern möchten und sie alle sagen, dass dies leider an den Schulen nicht ausreichend umgesetzt werde.

All dies hinterlässt bei mir das Gefühl, „fragend-entwickelnd“ sei ein Schimpfwort und Unterricht müsse anders sein. Es müsse mehr um die Lernenden und um das Leben gehen, nicht um ein Abarbeiten von vorgeschriebenen Inhalten. Die Aufgaben im Mathematikunterricht müssen mehr sein, als das Reproduzieren von vorgegebenen Lösungswegen.

Diese subjektive Darstellung ist mein Eindruck von der derzeitigen Unterrichts- und Aufgabenkultur an unseren Schulen. Leuders (2001, S. 144) fasst den Ist-Zustand aus wissenschaftlicher Sicht zusammen. Mein Eindruck von der derzeitigen Situation wird dabei bestätigt: *„Dass in den Sekundarstufen deutscher Schulen der Frontalunterricht und mit ihm die fragend-entwickelnde Unterrichtsmethode seit jeher eine dominante Stellung einnehmen, ist nicht nur vielfältig empirisch belegt [...] Seitdem 1998 die im Rahmen von TIMMS angefertigten Videostudien bekannt wurden, erhält diese Feststellung im Bewusstsein der Lehrenden eine neue kulturelle Dimension: [...] Die qualitative Erkenntnis, dass das Skript der deutschen Beispielstunden [...] ein deutliches Übergewicht lehrerzentrierten Arbeitens aufweist, wirft wiederum ein Licht auf die festgestellten Qualitätsunterschiede der Schulsysteme [...]“* (Leuders, 2001, S. 142)

Im Folgenden soll nun separat auf die Unterrichtskultur und die Aufgabenkultur eingegangen werden, mit dem Ziel Forderungen zu formulieren, die die gewünschten Veränderungen fassbarer machen. Schließlich möchte ich kriteriengeleitet zu Handlungsanweisungen für den Unterrichtsalltag finden, die wissenschaftlich abgesichert sind.

2.2 Guter Unterricht

Veränderungen in der Unterrichtskultur liegen bereits seit ein paar Jahrzehnten in der Luft und finden auch teilweise bereits statt. So hört und liest man aus ganz unterschiedlichen Fachgebieten (Philosophie, Pädagogik, Didaktik, Neurobiologie und Psychologie), dass sich die Vorstellungen von Bildung, Schule und auch ganz konkret dem Unterricht verändern. Die Details können und sollen hier nicht umfassend behandelt werden. Viel mehr soll gezeigt werden, dass von unterschiedlichen Standpunkten eine Beschäftigung mit der Unterrichtskultur sinnvoll ist, bevor ich entscheide, welche Konzepte für diese Arbeit weiter verfolgt werden.

In der Philosophie gibt es seit Ende des 20. Jahrhunderts die Forderung nach mehr Verantwortung für den einzelnen Menschen im technologischen Zeitalter, die von Jonas (1984) formuliert wurde. Akzeptiert man die von Jonas vorgeschlagene Ethik für die technologische Zivilisation, so ergeben sich daraus auch Forderungen an die Bildung, die vielleicht nicht neu sind, die aber mehr in den Mittelpunkt rücken: der einzelne soll verantwortlich handeln. Dazu muss er sich eine klare eigene Meinung bilden können und er muss Teil eines Gemeinwesens sein, für das er sich mit verantwortlich fühlt. Für den Unterricht kann man daraus ebenfalls die Forderung nach mehr Eigenverantwortung, aber auch nach gemeinsamem Erleben der Gemeinschaft ableiten.

Nähert man sich von Seiten der Pädagogik, so erkennt man ebenfalls gegen Ende des 20. Jahrhunderts Forderungen nach Veränderung im Umgang mit Schule. So beschreibt z.B. von Hentig (1993) die Schule als Lebens- und Erfahrungsraum, als Teil unseres Gemeinwesens, als *polis*. Die Schule soll es mit den Lebensproblemen der Schüler aufnehmen (von Hentig, 1993, S. 190). Es soll ein Ort sein, an dem die Schüler merken: *„Ich werde gebraucht“* (von Hentig, 1993, S. 195). Sieht man einmal von den viel weiterreichenden Veränderungen ab, die von Hentig bei seiner Schule als *polis* im Sinn hat, so lassen sich daraus für den Unterricht Forderungen nach mehr Selbstständigkeit und Eigenverantwortung der Schüler ableiten. Es geht von Hentig auch um gemeinsames Lösen von realen Problemen. Man könnte für den Unterricht die Forderung nach mehr Problemorientierung daraus ableiten. Darüber hinaus ergibt sich vor allem auch die Forderung nach Bestätigung der Schüler durch den Lehrer oder durch ihre Mitstreiter. Überlegungen, die zu ähnlichen Forderungen führen, lassen sich auch bei anderen Pädagogen finden.

Ein didaktischer Ansatz, der den Geist der neuen Unterrichtskultur widerspiegelt, kommt von Klippert (2002, 2004), der in seinem neuen Haus des Lernens das Methodentraining, das Kommunikationstraining und die Teamentwicklung als Grundstein legt und dann mit Trainingsprogrammen zu eigenverantwortlichem Lernen anleiten möchte. Klippert erwähnt dabei als Begründung für seine Art des Unterrichts u.a. auch die Forderungen der Industrie nach Schlüsselqualifikationen, wie z.B. Teamfähigkeit. Auch von Seiten der Industrie gibt es also einen Bedarf für eine veränderte Unterrichtskultur. Forderungen nach Erziehung zur Teamfähigkeit gibt es schon länger, z.B. bezeichnet Bürger (1978, S. 201) die Teamfähigkeit als ein Erziehungsziel, *„das zugleich sinnvoll für den Einzelnen wie auch nützlich für die Gesellschaft ist"*. Die zusätzliche pragmatische Begründung, dass die Industrie solche Arbeitskräfte benötigt, galt damals jedoch noch nicht.

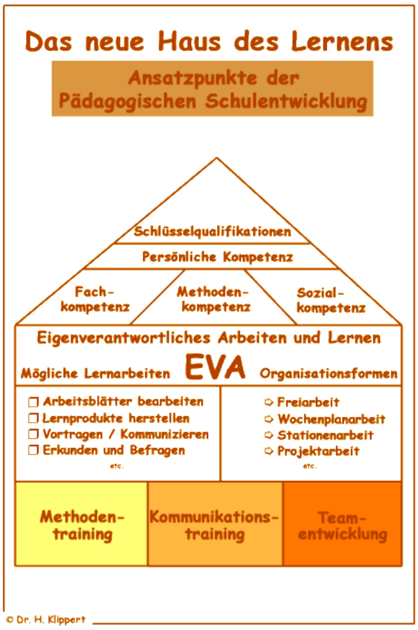

Abbildung 2: Neues Haus des Lernens nach Klippert (2002).

Ein ähnlich pragmatischer Ansatz ist das kooperative Lernen (Huber u. a., 1984). Diesen Ansatz hat sich auch die Leitung meiner Dienststelle, des Rahel-Varnhagen-Kollegs, auf die Fahnen geschrieben. Im Schulprogramm ist von „Kooperationskultur" die Rede und das Kollegium macht regelmäßig Fortbildungen zum Thema kooperatives Lernen. Die Akzeptanz im Kollegium ist allerdings individuell sehr verschieden. In der Mathematikdidaktik wurde das kooperative Lernen z.B. für die Grundschule ausführlich von Röhr (1995) beschrieben. Darüber hinaus liegen zum kooperativen Lernen auch Erkenntnisse vor, die den Mathematikunterricht von jungen Erwachsenen (allerdings auf einem höheren Bildungsniveau, als wir es an der Abendrealschule vorfinden, nämlich *undergraduate students*) betreffen (Rogers u. a., 2001; Hagelgans u. a., 1995). Damit bietet sich dieser Ansatz besonders für die vorliegende Arbeit an.

Dem kooperativen Lernen sehr ähnlich ist das *collaborative learning*. Gruppenaktivitäten werden hierbei vom Lehrenden nicht so detailliert geplant, sondern es wird angenommen, dass erwachsene Lernende sozial und fair miteinander umgehen und zur Selbstständigkeit nicht so sehr angeleitet werden müssen (Rogers u. a., 2001). Dieser Ansatz ist ebenfalls sehr interessant für die vorliegende Arbeit, weil er besonders die (gewünschte) Selbstständigkeit von Erwachsenen Studierenden berücksichtigt.

Es gibt darüber hinaus zahlreiche weitere didaktische Ansätze, die eine neue Unterrichtskultur im Sinne der vorliegenden Arbeit begründen und in ihrem jeweiligen Feld auch umsetzen. Diese unterscheiden sich in Details, haben aber auch viele Gemeinsamkeiten. Teilweise werden diese Ansätze ebenso wie auch das *collaborative learning* bereits unter den Begriff kooperatives Lernen subsumiert (Rogers u. a., 2001). Deshalb beschränke ich mich exemplarisch auf die oben genannten Ansätze.

Von psychologischer Seite werden schon seit langem Veränderungen gefordert, die nicht immer im Unterrichtsalltag umgesetzt werden. So fordert auch Dreikurs (2004) einen Unterrichtsstil, den er als demokratisch bezeichnet und bei dem der Lehrer die Klasse demokratisch führt, aber nicht autokratisch beherrscht. Hieraus ergibt sich ein Mitbestimmungsrecht der Lernenden bei den Inhalten. Eine weitere Forderung bei Dreikurs ist die Ermutigung, die nach seiner Ansicht oft nur denen zuteil wird, die sie am wenigsten brauchen (Dreikurs, 2004, S. 132). Die Forderungen, die sich aus der Entwicklungspsychologie nach Piaget (1969) und Bruner (1986) ergeben, sind vor allem entdeckendes Lernen und aktives Handeln der Lernenden. Die moderne Neurobiologie und Gehirnforschung stützt diese Erkenntnisse (Spitzer, 2002). Auch diese Ideen sind noch lange nicht für den Alltag in unseren Schulen umgesetzt worden.

Besonders in der Erwachsenenbildung wird seit langem mehr Mitbestimmung, mehr Demokratie und Teilhabe der Lernenden an ihrem Lernprozess gefordert (Kidd, 1979). Die speziellen Anforderungen, die sich aus der Erwachsenenbildung im zweiten Bildungsweg ergeben werden in Kapitel 3 behandelt.

Nachdem nun verschiedene Ansätze angedeutet wurden, die eine Veränderung der Unterrichtskultur nahe legen, bleibt noch festzuhalten, wie ich nun die neue Unterrichtskultur beschreiben möchte und welche der oben angerissenen Aspekte hier weiter betrachtet werden sollen. Einige der beschriebenen Ansätze halten auch bereits konkrete didaktische Handlungsanweisungen parat, die jedoch meist für Regelschulen entwickelt wurden. In dieser Arbeit soll aber vor allem der besonderen Situation im zweiten Bildungsweg (Kapitel 3) Rechnung getragen werden. Darüber hinaus sollen die hier zu formulierenden Forderungen für den Unterricht speziell an die Anforderungen des Mathematiklernens angepasst werden. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit einzelne Elemente z.B. der Teamentwicklung nach Klippert und Elemente des kooperativen Lernens verwendet, ohne dogmatisch dem ganzen Konzept zu folgen und immer vor dem Hintergrund des Mathematikunterrichts im zweiten Bildungsweg. Aus den obigen Überlegungen ergeben sich zunächst die folgenden Forderungen für die Unterrichtskultur, die ich später noch mit den Aspekten Aufgabenkultur und Erwachsenenbildung vernetzen möchte:

- mehr Verantwortung der Lernenden für ihr eigenes Tun

- mehr Selbstständigkeit der Lernenden, d.h. selbst aktiv werden

- mehr Mitbestimmung der Lernenden bei den Inhalten des Unterrichts
- Lebensnähe des Unterrichts
  - lebensnahe Inhalte
  - Lebenserfahrungen der Lernenden einfließen lassen
  - Lehrer mit Erfahrungen aus unterschiedlichen Lebensbereichen
- Erziehung zur Teamfähigkeit. Nach Klippert (2002, S. 46) bezeichnet Teamfähigkeit *„die individuelle Bereitschaft und Fähigkeit zur effektiven solidarischen Kooperation in kleinen Lern- bzw. Arbeitsgruppen von 3-6 Teilnehmern“*.
- Ermunterung der Lernenden („Ich werde gebraucht“)

Mit diesen Forderungen ist die neue Unterrichtskultur beschrieben. In Kapitel 4 wird sie konkret mit Inhalt gefüllt. Dafür sollte man die philosophischen, pädagogischen und psychologischen Erkenntnisse im Hinterkopf behalten, aber die konkreten Handlungsanweisungen der Didaktik entnehmen. Die obigen Forderungen decken sich teilweise mit den Ansätzen der Teamentwicklung nach Klippert und dem kooperativen Lernen, so dass ich guten Gewissens die Erfahrungen dieser beiden Ansätze für die vorliegende Arbeit nutzen kann.

2.3 Gute Aufgaben

Immer wieder tauchen in den Medien Klagen über das schlechte Abschneiden in Deutschland ausgebildeter Schüler bei internationalen Studien, wie TIMSS und PISA im Fach Mathematik auf. Als gemeinsame Erkenntnis dieser Tests für die Mathematik, kann man sagen, dass die hiesigen Schüler große Schwierigkeiten haben *„Mathematikwissen problemlösend in Kontexten einzusetzen“* (Leuders, 2001, S. 10).

Die aktuelle Diskussion hat dazu geführt, dass nun für das 21. Jahrhundert ein neuer Umgang mit Mathematikaufgaben gefordert wird (Büchter und Leuders, 2005). In diesem Geiste ist die neue Aufgabenkultur zu verstehen, um die es in diesem Teil der vorliegenden Arbeit geht. Pólya (1945, 2004) hat bereits in den 1940er Jahren gefordert, den Mathematikunterricht nicht allein auf den deduktiven Teil der Fachwissenschaft zu beschränken. Sehr oft findet man die Lösung eines mathematischen Problems genau anders herum, vom speziellen zum allgemeinen, also induktiv. Auch dies ist ein wichtiges Element für eine neuen Aufgabenkultur, die Pólya eindrucksvoll als Anleitung für Lehrer, aber auch Studenten und Gymnasialschüler beschreibt. Die Unterrichtskultur, die sich bei Pólya findet ist allerdings eher fragend-entwickelnd und deshalb nicht im Sinne der vorliegenden Arbeit.

Unterscheidet man zunächst einmal grob zwischen Mathematikaufgaben, mit denen Leistung gemessen werden soll, und solchen, die dem Lernen dienen, so beschränke ich mich hier auf Aufgaben zum Lernen. Die Leistungsmessung muss und soll zwar stattfinden, ist jedoch aus psychologischer Sicht fragwürdig (Dreikurs, 2004) und wird hier aussen vor gelassen. Ziel ist hier eine neue Unterrichts- und Aufgabenkultur, bei der Leistungsdruck nicht im Mittelpunkt stehen soll, deshalb wird der Umgang mit Leistungsmessung hier nicht weiter thematisiert.

Die Aufgaben, mit denen im Mathematikunterricht gelernt werden soll, kann man als Anlässe sehen Mathematik zu treiben. Ob jemanden etwas veranlasst Mathematik zu treiben ist sehr vom persönlichen Empfinden des Lernenden abhängig. Es genügt folglich nicht, wenn der Lehrer davon überzeugt ist, dass sich hier ein Anlass verbirgt, sondern es muss eine Aufgabenkultur entwickelt werden, die den jeweiligen Lernenden auch wirkliche Anlässe bietet sich mit der Mathematik zu beschäftigen. Es macht also Sinn sich mit Dingen aus der Lebenswelt der Lernenden zu beschäftigen. Darüber hinaus erscheint es künstlich und abstrakt, wenn man den Stoff so strukturiert, wie die Mathematik ihn über die Jahrtausende sortiert hat. Die einzelnen Teilgebiete der Mathematik sind vernetzt und haben wir erstmal einen Anlass gefunden Mathematik zu betreiben, so wird sich dieser Anlass keinesfalls auf ein einzelnes Fachgebiet beschränken. Man kann hier die Wissenschaft zum Vorbild nehmen: wann immer Forschung betrieben wird, auch in der Mathematik, wissen wir nicht unbedingt vorher in welchem Buch oder Fachgebiet wir nach einer Lösung suchen müssen. Man hat nur einen Anlass sich mit der Mathematik zu beschäftigen und der Weg zur Lösung, nicht die Lösung allein, sollte unser Interesse sein. Kreativität und Vielfalt bei der Suche nach Lösungen sind gefragt. Das bedeutet auch, dass die Lernenden über diesen Weg reflektieren sollen. Sie müssen sich mit Heuristik beschäftigen, mit Strategien zur Lösung mathematischer Aufgaben, wie z.B. Pólya (2004) sie anschaulich dargestellt hat. Pólya beschreibt mit seiner Tabelle (Pólya, 2004, S. xvi, xvii) allgemeine Fragen, die man sich stellen kann, um sich Schrittweise der Lösung eines Problems zu nähern. Dabei gehört vor allem auch die Rückschau mit zur Problemlösung. Unter anderem geben die Fragen bei der Rückschau den Studierenden mehr Selbstvertrauen und ermöglichen die Vernetzung des Ergebnisses mit anderen Fakten: *'These questions have several good effects. [...] now he [the student] is more convinced and his gain in confidence comes from a different source; it is due to a sort of experimental evidence [...] the details of the formula acquire new significance, and are linked up with several facts. The formula has therefore a better chance of being remembered, the knowledge of the student is consolidated'* (Pólya, 2004, S. 17).

Lernende sollten, meiner Ansicht nach, gezielt aufgefordert werden verschiedenen Lösungsstrategien zu benennen, zu beschreiben und auch zu begründen, damit ihnen die allgemeinen Prinzipien bei der Lösung bewusst werden.

Wie man nun gute Aufgaben im Sinne der neuen Aufgabenkultur entwickelt ist in der Literatur (Büchter und Leuders, 2005; Leuders, 2001) ausgiebig diskutiert worden. In der vorliegenden Arbeit werden diese Erkenntnisse angewendet.

2.4 Forderungen für den Mathematikunterricht

Leuders (2001) diskutiert die Qualität des Mathematikunterrichts und unterscheidet bei den Instrumenten für den Unterricht zwischen Aufgaben und Methoden. Auch ich bin ähnlich vorgegangen und habe zunächst die Unterrichtskultur (vor allem Methoden) und anschließend die Aufgabenkultur betrachtet. Versucht man einmal die Ansprüche an die Unterrichtskultur mit denen an die Aufgabenkultur zu vernetzen, so lassen sich viele Gemeinsamkeiten erkennen, die geradezu dazu auffordern Konzepte einer neuen Unterrichtskultur, wie z.B. das kooperative Lernen oder die Teamentwicklung nach Klippert, in Mathematikunterricht mit einer neuen Aufgabenkultur einzusetzen.

2.4.1 Arbeit in kleinen Gruppen

Die Mathematik eignet sich gut zu Gruppendiskussionen, weil die Lösungswege in der Regel logisch erklärbar sind.

Wenn Lernende gemeinsam in Gruppen arbeiten, dann bietet dies die Chance, dass Helfersysteme aufgebaut werden. Die Schüler selbst werden dann zu Lehrern und erklären sich gegenseitig die Mathematik. Um zu erklären müssen sie ein tieferes Verständnis entwickeln. Wenn es dem Lehrer gelingt sich zurückzuhalten, dann fühlen sich die Studierenden frei, Fragen zu stellen, weil kein kontrollierender und zensierender Beobachter ihnen auf die Finger schaut. Darüber hinaus ist es wahrscheinlicher, dass alternative Lösungsstrategien und Lösungswege akzeptiert werden, als wenn einer der Wege, oder gar der einzige, vom Lehrer präsentiert wird. Der Lehrer stellt eine Autorität dar, deren Lösungsweg leider selten in Frage gestellt wird. Als besondere Gelegenheit sollte die Heterogenität von Arbeitsgruppen gesehen werden. Die Lernenden ergänzen sich in leistungs-, aber auch sozial oder kulturell, heterogenen Gruppen durch ihre ganz unterschiedlichen Fähigkeiten. Einige sind gut im Kopfrechnen oder mit einfachen mathematischen Umformungen, andere können gut mit Taschenrechnern oder Computern umgehen, wieder andere können gut lesen und schnell die wesentlichen Informationen aus Textmaterial entnehmen. Es gibt die ganz schnellen, die fast immer richtig liegen und deshalb nicht gelernt haben ihre Ergebnisse zu überprüfen und es gibt die ganz langsamen, die immer wieder nachfragen, wie denn nun dieses oder jenes Ergebnis entstanden sei. Letztere zwingen die Gruppe zur Überprüfung und decken damit oft Fehler auf.

In gut funktionierenden Schülerteams werden all diese Fähigkeiten zusammengeführt und dann wird gemeinsam ein Problem gelöst.

2.4.2 Mathematik zum Erforschen

Mathematik ist kein Abarbeiten von Formeln und es ist auch keine Anhäufung von möglichst vielen Lösungswegen. Mathematik ist Entdeckung. Ebenso, wie auch Mathematiker über die Jahrtausende sich realen Situationen angenommen haben und diese erforscht haben, bis sie eine Lösung entdeckt haben, so müssen auch die Schüler Mathematik als sinnvollen Prozess erleben, indem man selbst aktiv eine Herausforderung meistert, deren Lösungsweg unbekannt ist. Sie müssen ein möglichst reales Problem von allen Seiten beleuchten, ihr Wissen aktivieren und vernetzen und sie müssen Fehler machen. Möglichst viele Fehler! In unserer heutigen konstruktivistischen Auffassung von Mathematikunterricht sind Fehler ein Anlass zur Akkommodation: wir möchten gerade, dass sich die kognitiven Strukturen der Lernenden ändern. Mathematik muss also Fehler erlauben und auch jede andere Art von kognitivem Konflikt fördern. Mathematik ist voll von aufregenden und herausfordernden Ideen, die diskutiert und nicht einfach bloss akzeptiert werden müssen.

2.4.3 Lernen als soziale Aktivität

Gerade weil die Ideen diskutiert werden müssen, ist das Lernen von Mathematik nicht im Einzelkampf zu meistern. Mathematiklernen kann man auch als soziale Aktivität auffassen, bei der die Studierenden gemeinsam im Team, aber auch im gegenseitigen Wettstreit auf gleicher Augenhöhe, ein Problem erörtern. Dazu bedarf es vielerlei Einzelaktivitäten: die Studierenden müssen über Mathematik sprechen, sie müssen einander zuhören und sie müssen denken. In diesem Diskurs erkennen sie auch die Notwendigkeit sich klar und präzise auszudrücken. Begriffe werden gebildet, eine Fachsprache ist nötig. Wohl gemerkt: die Fachsprache wird zur Kommunikation von den Studierenden gebraucht, sie ist nicht einfach eine fremde Sprache, die man Lernen muss, weil es im Lehrplan steht.

2.4.4 Gute Aufgaben

Für soziales Lernen in aktiv erforschender Gruppenarbeit im Mathematikunterricht bedarf es entsprechender Aufgaben (siehe 2.3).

2.4.5 Mutig verändern

Mit den oben beschriebenen Forderungen nach kleinen Arbeitsgruppen in denen die Studierenden gemeinsam im sozialen Verbund aktiv die Mathematik erforschen ist die Idee der neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur klar beschrieben. Die Gestaltung der Aufgaben wird für unseren Fall beispielhaft in Kapitel 4 beschrieben. Für die methodische Gestaltung des Unterrichts nehme ich Elemente der Teamentwicklung und des kooperativen Lernens zum Vorbild. Mit diesem Konzept soll sich die Unterrichts- und Aufgabenkultur im Mathematikunterricht wandeln. Aus eigener Erfahrung weiss ich, dass dabei die größten Widerstände von den Studierenden selbst kommen, denn aktives Lernen ist anstrengender, als bloßes Rezipieren. Ich weiss von vielen Kollegen, die deshalb nicht viel von solchen Veränderungen halten und denen es leichter fällt, ihren Stoff vorzutragen und durch einschleifende Übungen zu festigen, aber ich bin auch von den positiven Beispielen aus der genannten Fachliteratur und durch Berichte einzelner Kollegen überzeugt, dass die oben genannten Forderungen umsetzbar sind. Für unser Klientel im zweiten Bildungsweg müssen jedoch noch ein paar Besonderheiten beachtet werden, um die es nun gehen soll.

3 Lernen im zweiten Bildungsweg

Einen Überblick über die Erwachsenenbildung findet sich bei Tippelt (1999). Im zweiten Bildungsweg, also an den Volkshochschulen, Abendrealschulen, Abendgymnasien und Kollegs, haben wir es mit ganz unterschiedlichen Menschen zu tun. Zunächst einmal ist das Mindestalter an den Abendrealschulen 17 Jahre und an den Abendgymnasien 19. Viele Teilnehmer sind aber auch bereits Mitte 40 oder noch älter. Die Lernenden sind also Erwachsene der unterschiedlichsten Altersstufen. Sie alle haben ganz unterschiedliche Lebensläufe, die für jeden einzelnen eine besondere Rolle spielen, und sie kommen aus den unterschiedlichsten Ländern mit ganz verschiedenen Kulturen, Religionen, Normen, Wertvorstellungen und Bildungssystemen. Mit all den daraus resultierenden Heterogenitäten müssen wir im Unterricht umgehen, d.h. wir müssen diese Unterschiede verstehen und berücksichtigen.

3.1 Wie lernen Erwachsene?

Für die vorliegende Arbeit interessiere ich mich vor allem für die Lernvoraussetzungen Erwachsener und für Methoden, die man einsetzen kann. Für die Voraussetzungen ist vor allem das psychologische Standardwerk von Kidd (1979) hilfreich und für die Methoden halte ich mich an Wahl u. a. (1993).

3.1.1 Voraussetzungen und Fähigkeiten des Erwachsenen Lerners

Zunächst einmal stellt Kidd (1979) fest, dass Erwachsene nicht schlechter lernen als Kinder, dass es keine deutlichen Unterschiede im Lernen von Männern und Frauen gibt, aber dass einige Erwachsene bei ihren Lernversuchen „blockiert" sind. Eine Erklärung dafür findet er, ebenso wie Dreikurs (2004) bei Kindern, in der Entmutigung durch bisherige Erfahrungen und die Umgebung des Lernenden.

Die intellektuellen Fähigkeiten lassen im Alter auch nach, allerdings langsamer, als man früher geglaubt hat. Ab einem Alter von etwa 75 Jahren müsse man dieses berücksichtigen. Die Lernenden im zweiten Bildungsweg sind aber in der Regel deutlich jünger als 75 Jahre, so dass man davon ausgehen kann, dass die intellektuellen Fähigkeiten noch voll zur Verfügung stehen.

Da Erwachsene Lerner bereits mehr emotionale Verknüpfungen mit evtl. Lerninhalten besitzen als Kinder, ist der affektive Bereich des Lernens besonders zu berücksichtigen.

Als wesentliche Veränderungen, die zwangsläufig mit dem Alter kommen sind, laut Kidd, die physischen Schwächen, wie Verlust von Sehkraft und Gehör zu beachten, die oftmals auch mit psychischen Problemen wie vermindertem Selbstwertgefühl einhergehen. Da diese Gebrechen jedoch sehr vom individuellen Alter abhängen, kann man sie nicht hier in Kürze abhandeln. Die älteren Erwachsenen, für die solche physischen Schwächen zu berücksichtigen sind, sind auch eher die Ausnahme im zweiten Bildungsweg.

3.1.2 Techniken und Methoden

„Die Erwachsenenbildung soll die Feuer der Neugierde wieder entfachen" (Kidd, 1979, S. 39). Das erinnert an Plutarch, der sagte, dass der menschliche Geist kein Schiff sei, dass es zu beladen gelte, sondern ein Feuer, dass man entfachen müsse. Zum Entfachen des Feuers beim erwachsenen Lerner gibt es unterschiedliche Ansätze. Als ein möglicher Ansatz wird bei Wahl u. a. (1993) die Konzeption einer Dozentenfortbildung vorgestellt.

An diesem Beispiel einer Kooperation zwischen Vertretern der pädagogischen Hochschulen Heidelberg und Weingarten auf der einen Seite und der Wirtschaft, vertreten durch die Landesgirokasse Stuttgart und IBM Deutschland, auf der anderen Seite lassen sich beispielhaft die Techniken und Methoden der Erwachsenenbildung diskutieren.

Ausgehend von der handlungspsychologischen Erkenntnis, dass trotz optimaler Wissensvermittlung (Beladung des Schiffs) sich nach den meisten Fortbildungen an der tatsächlichen Handlung der Teilnehmer nicht viel ändert, wurde ein Konzept entwickelt, dass sich im wesentlichen auf vier Ideen stützt, die hier kurz in Stichworten zusammengefasst sind:

1. Wissen muss gebündelt werden, damit es für eine Handlung zur Verfügung steht

   - Doppeldecker-Prinzip: mit den Dozenten das tun, was diese beispielhaft mit ihren Teilnehmern auch tun könnten.
   - andragogisches Prinzip der Mitwirkung: laufend auf die geänderten Erwartungen und Rückmeldungen der Teilnehmer eingehen.
   - Metaebene der Reflexion: hierbei entsteht eine Methodensammlung, die den Fragen wie, wo und warum nachgeht.

   Dieses Verdichten des Wissens geschieht einerseits während der sogenannten *Präsenzphasen* in Form von *Simulationen* (also gespielten Situationen) und zum anderen während der KOPING-Phasen (s.u.) durch *reales Erproben*.

2. Es müssen Schutzschilde gegen die Einflüsse der Umgebung (Bequemlichkeit, Kollegen, Misserfolge, Frust,...) aufgebaut werden. Dies geschieht mit Hilfe des KOPING-Verfahrens (<u>KO</u>munikative <u>P</u>raxisbewältigung <u>IN</u> der <u>G</u>ruppe). Die wesentlichen Elemente des KOPING-Verfahrens sind:

   - KOPING-Gruppe: 4-6 Dozenten als Superhirn für die Lösung anstehender Probleme, evtl. durch Paten (Trainer, Ausbilder) unterstützt.
   - Praxis-Tandem: zwei Dozenten bereiten alle 1-2 Wochen gemeinsam die Kurse vor, besuchen sich gegenseitig im Unterricht und erarbeiten „Schutzschilde“ gegen die „Giftpfeile“.
   - Einzelperson: Vorsatzbildung, Entspannungstechniken, Stop-Befehle und Streß-Impfung sind die Methoden, mit denen die Teilnehmer sich individuell schützen sollen.

3. Die Lernprozesse sind hochgradig individuell.

   - Sandwich-Prinzip: Abwechslung von rezeptiver Informationsaufnahme und aktiver Informationsverarbeitung gibt Gelegenheit das Gelernte in die eigene Gedankliche Struktur zu ordnen.
   - Arbeit in Fachgruppen: Differenzierung nach Fächern.
   - Einfügung des Gelernten in die Planung des eigenen Kurses.
   - Übersetzung der Problemlösungen in konkretes Handeln in Lehrversuchen während der Präsenz-Phasen.
   - individuelle Beratung und Coaching durch die Ausbilder (mehrstündige Einzelberatungen)

4. Menschliches Handeln ist hierarchisch aufgebaut. Zunächst muss das *Planungshandeln* umstrukturiert werden und erst danach das *Interaktionshandeln*. Es werden während des Trainings zwei Schleifen durchlaufen: Ausserkraftsetzen, Abändern, Neuverdichten des Planungshandelns und später das gleiche für das Interaktionshandeln.

Mit diesem Konzept wurden Dozententrainings sowohl bei der Landesgirokasse, als auch bei IBM erfolgreich durchgeführt. Innerhalb dieser Meta-Methode wurden Einzelmethoden angewendet, die denen bei Klippert (2002) sehr ähneln. Diese sollen hier nur kurz stichwortartig erwähnt werden: *Kugellager, Metaplanabfrage, Problemspeicher, Feedback-Runden, Gruppenpuzzle, Leittext, Impulsreferat, Gruppenturnier, Strukturlegetechnik, Aquarium, Blitzlicht, Didaktische Weiche, Gruppenrallye, Methode 66, Motorischer Eisbrecher, Netzwerk, Partnerinterview, Partnerrollenspiel, Quattro, Sandwich, Strukturieren, Szene-Stop-Reaktion, Umschalten, Viereckenmethode.* In Abschnitt 4.2.1 werden Beispiele zu einzelnen dieser Methoden angesprochen.

Das Training von Dozenten lässt sich zwar nicht eins zu eins auf den zweiten Bildungsweg übertragen, aber man kann dennoch die 4 Prinzipien in leicht veränderter Form für unseren Zweck nutzbar machen. Es soll hier keine komplexe Theorie entwickelt werden, sondern nur die grundlegenden Prinzipien übertragen und festgehalten werden.

Wissen bündeln, damit es für Handlungen zur Verfügung steht. Dies bedeutet insbesondere, dass die Studierenden Handlungen möglichst selbst durchführen sollen und Erfahrungen selbst machen sollen. Die Perspektive wird dabei gewechselt, indem die Studierenden selbst innerhalb kleiner Arbeitsgruppen die Rolle des Lehrers einnehmen. Auch ein Mitbestimmungsrecht der Studierenden ist denkbar, indem man z.B. mit ihnen gemeinsam den Lehrplan diskutiert und entsprechend der Rückmeldungen im Semester Änderungen vornimmt. Auch eine Reflexionsphase in der eine Methodensammlung durch die Studierenden entstehen kann ist denkbar. Damit wurden die drei Aspekte *Doppeldecker, Mitwirkung* und *Reflexion* in etwas angepasster Form auf den zweiten Bildungsweg übertragen.

Schutzschilde aufbauen. Innerhalb kleiner Lerngruppen muss es möglich sein auch Zeit für Themen ausserhalb der Mathematik bereit zu stellen, so dass sich die Studierenden gegenseitig motivieren, ihren Frust ansprechen können und sich vielleicht sogar ausserhalb des Unterrichts treffen. Angesichts der unterschiedlichen Tagesabläufe sind solche Verabredungen im zweiten Bildungsweg schwierig, aber sie sollten zumindest vom Lehrer angeregt werden. Der Lehrer sollte auch als Berater immer zur Verfügung stehen und vielleicht sogar mit jedem Lernenden individuell über seine Vorsätze zur Verbesserung der Motivation und zum Abbau von Frust sprechen. Die Vorsätze sollten schriftlich festgehalten werden. Dafür würde sich z.B. ein Lerntagebuch eignen, dass jeder Studierende dann führen muss.

Individuelle Lernprozesse berücksichtigen. Auch für den Lernprozess muss es eine individuelle Beratung der Studierenden durch den Fachlehrer geben. Angesichts der stark schwankenden Teilnehmerzahlen (siehe Abschnitt 4.1) gibt es immer mal wieder Phasen, in denen dies sogar besonders gut möglich sein wird. Auch bei der Lernberatung ist eine schriftliche Fixierung der Beratung wünschenswert. Wieder bietet sich das Lerntagebuch an.

Hierarchie des Handelns berücksichtigen. Gerade bei unseren Studierenden im zweiten Bildungsweg gibt es feste Schemata ihres Planungshandelns, die sich über die Jahre verfestigt haben. Wer niemals darüber nachgedacht hat, wie er seinen eigenen Lernprozess organisiert, macht einfach, was er immer gemacht hat. Das ist aber selten optimal. Es gilt also auch im zweiten Bildungsweg das Planungshandeln zuerst umzustrukturieren, wenn wir anschließend eine Änderung im Interaktionshandeln erreichen möchten. Dieser Punkt geht Hand in Hand mit der individuellen Lernberatung, muss aber aktiv handelnd von den Studierenden selbst angegangen werden. Die Studierenden müssen ihre regelmäßige Arbeit in der Schule strukturiert planen, z.B. indem sie gemeinsam mit dem Lehrer einen Wochenplan erstellen.

Diese vier Prinzipien sollten wir bei der Methoden-Wahl und der Strukturierung unseres Unterrichts mit Erwachsenen berücksichtigen.

3.2 Migration als Herausforderung

Die wachsende Zahl von Lernenden mit Migrationshintergrund stellt eine Herausforderung für unser Bildungssystem dar. Gerade im zweiten Bildungsweg haben wir es mit vielen Studierenden mit Migrationshintergrund zu tun.

Sowohl die PISA-Studie, als auch die offizielle Schulstatistik deuten darauf hin, dass sowohl die Chancen von ausländischen Lernern, als auch die Kenntnisse und Fähigkeiten von Kindern mit Migrationshintergrund deutlich schlechter sind, als die ihrer deutschen Mit-Lerner (Hunger und Thränhardt, 2004; Kristen, 2003).

In der Zeitschrift IMIS-Beiträge vom Institut für Migrationsforschung und Interkulturelle Studien (IMIS) der Universität Osnabrück analysieren Uwe Hunger und Dietrich Thränhardt sowohl die PISA-Daten, als auch die offizielle Schulstatistik in Deutschland (Hunger und Thränhardt, 2004). Das aus meiner Sicht wichtigste Ergebnis dieser Analyse ist, dass viele der Argumente für oder gegen das System in dem einen oder anderen Bundesland als unseriös eingestuft werden müssen, weil in vielen Fällen die Daten keine statistisch signifikante Aussage zulassen. Hieraus lassen sich leider kaum konkrete Handlungsanweisungen ableiten, es wird allerdings sehr deutlich, dass gehandelt werden muss.

Mit Hilfe des so genannten *Ressourcenansatzes* kann man versuchen die Ursachen der unterschiedlichen Bildungsbeteiligung zu ergründen (Kristen, 2003). Dazu schaut man sich die Resourcen an, die einen Einfluss haben könnten. Als bedeutsame Aspekte werden hierbei die *Migrationsbiographie*, die *Familienressourcen* und das *Lernumfeld* erkannt.

Kristen schreibt dem ersten Bildungsübergang, also dem Ende der Grundschule eine Schlüsselrolle bei der Benachteiligung von Lernenden mit Migrationshintergrund zu. Dennoch lassen sich, meiner Ansicht nach, aus ihren Überlegungen Handlungsanweisungen zur Schulorganisation, aber auch für den Unterricht ableiten, die auch im zweiten Bildungsweg relevant sein können.

Die Familienressourcen zu berücksichtigen hieße vor allem die ausländischen Eltern immer sehr gut zu informieren und vielleicht sogar ein schulinternes Gremium zu schaffen, welches die Kommunikation zwischen Eltern und Schule optimiert. Im zweiten Bildungsweg hat man es allerdings mit mündigen Erwachsenen zu tun, so dass hier in der Regel überhaupt kein Kontakt zu den Eltern oder der Familie besteht.

Beim Lernumfeld wird vor allem die starke soziale und ethnische Segregation kritisiert. Eine notwendige schulorganisatorische Veränderung wäre also, Klassen zu schaffen, in denen möglichst wenige ausländische Menschen gleicher Herkunft und vor allem gleicher Muttersprache sitzen. Dies wird nicht immer möglich sein, aber es sollte versucht werden. Auch innerhalb des Mathematik-Fachunterrichts kann diese Einsicht z.B. bei der Bildung von Arbeitsgruppen berücksichtigt werden.

Hunger und Thränhardt (2004) bemerken: *„Die Benachteiligung von Schülern mit Migrationshintergrund wird [...] durch das unterschiedliche Sprachniveau von Schülern mit und ohne Migrationshintergrund erklärt.“* Eine ganz offensichtliche Überlegung ist deshalb die zusätzliche Förderung der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund nicht nur in speziell eingerichteten Sprachkursen, sondern auch eine Sprachförderung im Mathematikunterricht[¶].

3.3 Teamfähigkeit als Chance

Die Herausforderungen, denen wir in der Erwachsenenbildung begegnen, sind also die Entmutigung einerseits und eine noch größere Heterogenität der Lerngruppen, als es in den Regelschulen der Fall ist. Darüber hinaus sollten wir immer auch mögliche sprachliche Schwierigkeiten berücksichtigen.

Vernetzen wir diese Besonderheiten des zweiten Bildungsweges mit unseren Forderungen einer neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur, so erscheint die Er-

[¶] Aus diesem Grund werde ich mich gemeinsam mit anderen Kollegen des Rahel-Varnhagen-Kollegs mit einem Vorkurs der Abendrealschule ab Februar 2006 am Impuls 4 (*Schulsprache fördern, Migrantenförderung*) des Projektes 7 des BLK-Modellversuch Sinus-Transfer beteiligen, der sich mit der Sprachförderung im Mathematikunterricht beschäftigt.

ziehung zur Teamfähigkeit als eine Chance, denn sowohl beim Lösen konkreter Mathematikaufgaben, als auch beim sozialen Miteinander wird in der Teamentwicklung gerne auf heterogene Lerngruppen gesetzt, in denen sich die unterschiedlichen Fähigkeiten der Teilnehmer ergänzen. Auch gegen die Entmutigung erscheint das gemeinsame Erleben der Mathematik als mögliche Chance, denn die gegenseitig Anerkennung kann zum mitmachen ermutigen. Der Unterricht in Gruppen ermöglicht auch, dass sich Studierende gegenseitig bei Sprachschwierigkeiten helfen. In der Teamentwicklung sehe ich deshalb eine besondere Möglichkeit die Unterrichtskultur an den Abendrealschulen nachhaltig zu verbessern. Die neue Aufgabenkultur im Mathematikunterricht profitiert ebenfalls von dieser Arbeitsweise, wie oben erläutert wurde.

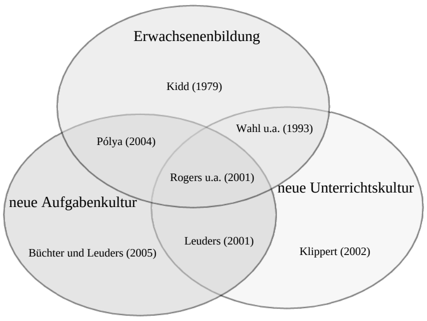

Abbildung 3: Unterricht in der ARS soll sich an verschiedenen Vorbildern orientieren.

Wir haben somit aus den drei Feldern Unterrichtskultur, Aufgabenkultur und Erwachsenenbildung die für uns wesentlichen Elemente zusammengetragen, die wir in die Gestaltung des Unterrichts einfließen lassen möchten. In Bild 3 ist dargestellt, wie man die Autoren der Fachliteratur zu den jeweiligen Einzelaspekten als Vorbilder der neuen Kultur verstehen kann. Man erkennt hier, wie die Einzelaspekte vernetzt sind und dass wir daher aus unterschiedlichen Quellen schöpfen um alle Schnittmengen abzudecken.

Im folgenden Kapitel sollen alle genannten Ansätze zur Verbesserung der Unterrichts- und Aufgabenkultur in Handlungsanweisungen für den Mathematikunterricht in der Abendrealschule des Rahel-Varnhagen-Kollegs zusammengeführt werden.

4 Die Abendrealschule am Rahel-Varnhagen-Kolleg

4.1 Eigene Erfahrungen

Die besondere Situation in der Abendrealschule (ARS) des Rahel-Varnhagen-Kollegs (RVK) lässt sich am besten aus meinen subjektiven Erfahrungen als Lehrer dort schildern.

Im ARS-Bereich habe ich in Mathematik seit dem Wintersemester 2004/05 vor allem eine Klasse kontinuierlich von der ARS2[‖] bis zur ARS4 betreut. Diese

[‖] die Zahl bezeichnet das Semester

Klasse macht am Ende des laufenden Wintersemesters 2005/06 ihren Abschluss (Fachoberschulreife).

Die wichtigste Besonderheit ist die starke Fluktuation der Teilnehmerzahl. Als ich den Kurs übernahm waren 21 Teilnehmer für die ARS2 gemeldet, von denen am Ende der ARS2 13 Teilnehmer eine Note in meinem Kurs bekommen haben. Die Gründe dafür waren vielfältig: einige wurden aufgrund ihrer sehr guten Leistungen in eine höhere Klasse eingestuft, andere sind nicht oft genug erschienen, so dass eine Beurteilung nicht möglich war und wieder andere sind einfach gar nicht mehr aufgetaucht und wurden von der Schule abgemeldet. Zu Beginn der ARS3 waren wieder 18 Studierende gemeldet, von denen nur die Hälfte bis zum Ende teilgenommen hatt. Immer wieder kommen auch neue Studierende hinzu, die bei ihrer Aufnahme an die Schule in das entsprechende Semester eingestuft werden, oder andere, die das Semester wiederholen müssen. In der Mitte der ARS4 hatte ich es mit 7 Studierenden zu tun, von denen nur ein einziger seit Beginn der ARS2 dabei ist. 6 dieser Schüler haben an den Abschlussprüfungen teilgenommen.

Eine weitere Besonderheit ist die fehlende Regelmäßigkeit der Anwesenheit. Immer wieder gibt es familiäre, religiöse, dienstliche oder persönliche Gründe, aus denen Studierende dem Unterricht fernbleiben oder viel zu spät erscheinen. Erzieherische Massnahmen fruchten dort wenig, weil diese ganz verschiedenen Gründe aus der Situation des einzelnen Studierenden so zwingend sind, dass er lieber die Schule abbrechen würde, als regelmäßig zu erscheinen: junge Mütter müssen sich einfach manchmal um ihr krankes Kind kümmern und einige Studierende versorgen auch ihre pflegebedürftigen Eltern. Und so gibt es in jedem dieser ganz besonderen Lebensläufe immer mal wieder die Situation, dass die Schule gerade nicht so wichtig ist.

Weiteren Herausforderungen, wie Migragtionshintergrund und starke Heterogenität der Lerngruppe, spielen ebenfalls eine wichtige Rolle. Diese Faktoren wurden bereits in Kapitel 3 behandelt.

In den vergangenen Semestern habe ich immer mal wieder versucht gezielt in Gruppen Aufgaben bearbeiten zu lassen und auch Teamentwicklung zu betreiben, soweit dies in einem einzelnen Fach als einzelner Lehrer möglich ist. Das größte Problem bei umfangreicheren Aufgaben über mehr als eine Unterrichtseinheit ist, dass manchmal einfach viel zu viele Teilnehmer fehlen, um sinnvoll arbeiten zu können. Für eine gezielte Teamentwicklung nach Klippert (2002), müsste man zunächst ein Sockeltraining über einige Tage und fachübergreifend durchführen. Da müsste aber dann die Schule, bzw. alle Lehrer in einer Klasse, mitziehen und dafür muss auch in der Lehrerschaft erst noch Überzeugungsarbeit geleistet werden.

Darüber hinaus gibt es immer wieder einzelne Studierende, die eine Arbeit in Gruppen grundsätzlich ablehnen möchten. Einige von ihnen sagen, dass sie lieber alleine arbeiten, weil sie das besser können. Andere haben Angst, bei einer möglichen Leistungsbeurteilung der gesamten Gruppe zu schlecht weg zu kommen. Wieder andere lehnen Gruppenarbeit ab, weil es immer wieder Trittbrettfahrer gibt, die sich auf den Lorbeeren der anderen Gruppenmitglieder ausruhen. Ausserdem gibt es oft auch kulturelle Gründe, dass z.B. ein muslimischer Mann nicht gleichberechtigt neben einer Studierenden oder sogar unter ihrer Anleitung arbeiten möchte. Diese Studierenden gilt es zu überzeugen. Dabei ist vor allem wichtig, dass die Aufgaben tatsächlich die Gruppenarbeit notwendig machen, so dass deutlich wird, dass man mit Einzelarbeit langsamer ist, oder ganz scheitert. Mathematikaufgaben und Unterrichtsmethoden müssen also für die Teamarbeit aufeinander abgestimmt sein.

Vor diesem Hintergrund sollen nun Aspekte der neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur im ARS-Bereich des Rahel-Varnhagen-Kollegs in meinen Kursen systematisch eingeführt werden, soweit das innerhalb des Fachunterrichts Mathematik machbar ist. Parallel dazu muss natürlich im Kollegium Überzeugungsarbeit geleistet werden und die kooperative Zusammenarbeit in der Lehrerschaft angeregt werden. Letzteres geht allerdings über den Rahmen diese Hausarbeit hinaus.

4.2 Handlungsanweisungen

Wie können die Forderungen aus Abschnitt 2.4 bei Studierenden des Rahel-Varnhagen-Kollegs umgesetzt werden? Dies möchte ich beispielhaft an ausgewählten Unterrichtsinhalten der ARS zeigen.

Die Fachkonferenz Mathematik des RVK entwickelt gerade einen modularisierten Plan, der im wesentlichen über die vorgesehene Stoffverteilung Auskunft gibt. Es sind bisher folgende Module vorgesehen, deren genaue Inhalte zunächst von einigen Kollegen im Unterricht ausprobiert werden und die deshalb noch nicht endgültig festgelegt sind:

Modul 1.1 Grundrechenarten in $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$

Modul 1.2 Prozentrechnung, Dreisatz, Zins mit Äquivalenzumformungen

Modul 1.3 Terme, Binomische Formeln

Modul 2.1 Lineare Strukturen

Modul 2.2 Potenzrechnung

Modul 2.3 Statistik I

Modul 3.1 Quadatische Strukturen

Modul 3.2 Geometrie I

Modul 3.3 Statistik II

Modul 4.1 Geometrie II

Modul 4.2 trigonometrische Funktionen

Modul 4.3 Statistik III

Aus diesen Vorgaben, die, so oder ähnlich, demnächst innerhalb des RVK verbindlich werden, möchte ich nun einzelne Beispiele herausgreifen. Leider widerspricht eine solche Modularisierung der neuen Aufgabenkultur in sofern, dass man zur Lösung komplexer Probleme aus der Lebenswirklichkeit den Stoff nicht streng hintereinander und in getrennten Modulen abhandeln kann. Es muss hier also ein Kompromiss gefunden werden, der darin liegt, dass wir versuchen den Stoff zunächst hauptsächlich einem Modul zu entnehmen, andererseits aber modulübergreifende Ansätze immer als willkommene Gelegenheit zur Vernetzung des Wissens nutzen.

Um eine Vernetzung der Aspekte Erwachsenenbildung, Aufgabenkultur und Unterrichtskultur sicher zu stellen, werden die Beispiele den Schnittmengen der Abbildung 3 entnommen, d.h. für jedes Beispiel wird jeweils aus einer Schnittmenge in der Abbildung das dort aufgeführte „Vorbild“ (Wahl u. a., 1993; Pólya, 2004; Leuders, 2001; Rogers u. a., 2001) zu Rate gezogen. Damit werden in jedem Beispiel zwei oder alle drei Gebiete vernetzt.

4.2.1 Beispiel zur Stochastik

Am Modulplan fällt auf, dass der Statistik[**] mit 3 Modulen viel Raum eingeräumt wird. Wir wollen nun versuchen die bisher angesprochenen Aspekte zu berücksichtigen und einen möglichen Verlauf des Unterrichts zu skizzieren.

Als größte Probleme in der ARS am RVK wurden die mangelnde Anwesenheit der Studierenden und die Unpünktlichkeit benannt. Daher werden später diese Probleme als Aufhänger verwendet, indem statistische Erhebungen zur Anwesenheit und zur Pünktlichkeit zu Inhalten des Mathematikunterrichts werden. So gibt es auf jeden Fall einen Inhalt aus der Lebenswirklichkeit der Studierenden, dem sie sich in kleinen Gruppen erforschend widmen können.

Für das Beispiel stelle man sich vor, dass die Klasse Modul 3.3 beginnen möchte. Einige Teilnehmer haben dann schon Modul 2.3 abgehandelt, andere haben Vorkenntnisse von einer anderen Schule, wieder andere sind irgendwie in der ARS3 gelandet, ohne jemals mit Statistik oder Wahrscheinlichkeitsrechnung in Berührung gekommen zu sein. Da also unsere Studierenden sehr unterschiedliches Vorwissen mitbringen, gilt es zunächst einmal dieses Wissen zu erfassen. Hierfür erscheint die Methode *Netzwerk* (Wahl u. a., 1993, S. 193) geeignet.

Zu Beginn der Doppelstunde verteilt der Lehrer ein oder mehrere Kärtchen mit zentralen Begriffen, wie z.B. *absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit, Mittelwert, Zentralwert, Säulendiagramm, Balkendiagramm usw.* Zur sprachlichen Entlastung ist jedes Kärtchen noch mit einer graphischen Darstellung illustriert. Weitere Kärtchen zeigen Beispiele, in denen die Begriffe angewendet wurden. Die Studierenden überlegen, ob sie etwas zu dem Begriff wissen und bekommen die Gelegenheit im Tauschhandel mit den anderen Kärtchen zu ergattern, zu denen

[**] Hier muss man kritisch anmerken, dass man auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung zum Thema machen muss und der Titel Stochastik als Oberbegriff beider Teilgebiete dann passender wäre.

ihnen vielleicht mehr einfällt. Gespräche sind dabei erwünscht, so dass die eine oder andere Erklärung bereits in dieser Phase gegeben wird.

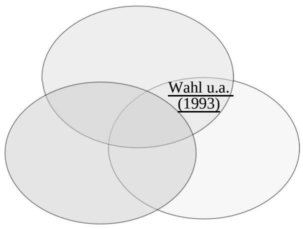

Abbildung 4: Das erste Beispiel vernetzt Erwachsenenbildung und Unterrichtskultur.

Anschließend ruft der Lehrer den ersten Freiwilligen auf, der einen Begriff auf die große Pinnwand heftet und ihn erklärt. Er nutzt bei der Erklärung die Tafel für Erläuterungen und Skizzen. Die Studierenden bilden eine Meldekette, so dass jeder Gelegenheit bekommt alle seine Begriffe zu erläutern. Dabei achten die Studierenden darauf, dass sie zusammengehörige Begriffe untereinander oder nebeneinander an die Pinnwand heften, so dass eine Struktur entsteht (Wahl u. a., 1993, S. 199, *Struktur-Lege-Technik*). So werden Zusammenhänge erkennbar: z.B. der Zentralwert und der Mittelwert geben eine Mitte an, die verschiedenen Diagramm-Typen dienen der Visualisierung und Häufigkeiten lassen sich absolut oder relativ angeben.

Im weiteren Verlauf des Moduls werden kleine zufällig gewählte Arbeitsgruppen aus 3 oder 4 Studierenden gebildet, die mindestens für dieses Modul zusammenarbeiten. Diese Gruppen bekommen eine gemeinsame Identität, damit sie sich für einander und für ihren gemeinsamen Lernprozess verantwortlich fühlen. Der erste Schritt auf diesem Weg ist die Findung eines Gruppennamens. Anschließend wird die Anwesenheit der Gruppenmitglieder seit Beginn des Semesters auf Postern visualisiert. Darüber hinaus werden von den Gruppen geeignete Massnahmen erdacht, wie die Anwesenheit der Teilnehmer in Zukunft erhöht werden kann. Hier geht es wohlgemerkt nicht um einen Kampf zwischen den Gruppenmitgliedern, sondern um gemeinsame konstruktive Lösungsvorschläge für die Organisation des gemeinsamen Lernens.

Die Gruppe stellt auch ein *Schutzschild* dar, wie es in Abschnitt 3.1.2 gefordert wurde. Die Arbeitsgruppen müssen deshalb auch Zeit bekommen sich über persönliche Dinge auszutauschen und private Absprachen zu treffen, sei es um sich den Frust von der Seele zu reden, oder ihr Lernen zu organisieren.

In einer späteren Unterrichtseinheit können dann auch die Studierenden selbst die Inhalte teilweise mitbestimmen. Dafür gibt der Lehrer einen Überblick über die weiteren Inhalte der Stochastik, die noch abzuhandeln sind. Anschließend wählen die Studierenden die Kernthemen, die noch in diesem Semester abzuhandeln sind und welche erst im Modul 4.3 drankommen (vorausgesetzt, dass der Modulplan so flexibel ist). Zu den gewählten Themen werden aus jeder vorhandenen Gruppe (Basis-Gruppe oder Puzzle-Gruppe) Experten entsandt, die gemeinsam in einer Expertengruppe das Thema bearbeiten. Nach der Methode *Gruppenpuzzle* (Wahl u. a., 1993, S. 186) werden diese Experten später ihr Wissen in die Puzzle-Gruppen tragen.

Mögliche Themen orientieren sich vor allem an ihrer Relevanz für die Lebenswirklichkeit. Dies könnte die Auswertung von Statistiken aus aktuellen Zeitungsmeldungen sein oder die Wahrscheinlichkeitsrechnung am Beispiel von Glücksspielen, wie Roulette oder Kniffel.

Die Experten nehmen dabei selbst die Rolle des Lehrers ein und bestimmen die Materialien und Methoden, mit denen sie ihr Wissen an die Puzzle-Gruppen weiter geben möchten. Diese Entscheidung geschieht am besten bereits in der Expertengruppe, die ihre mehrwöchige Arbeit gut in einem gemeinsamen Lerntagebuch dokumentieren muss. In diesem Lerntagebuch muss die Gruppe gemeinsam festhalten, wie sie sich das Thema erarbeitet hat und mit welchen Methoden, Materialien und Aufgaben sie den Puzzle-Gruppen das Thema näher bringen möchte. Der Lehrer begleitet diese Phase beratend, aber die Arbeit der Experten ist während der üblichen Mathematikstunden frei und von ihnen selbst auch mit individuellen Pausen zu gestalten. Es werden jedoch zu Beginn jeder Doppelstunde Zeiten vereinbart in denen die Gruppen für Beratungsgespräche zur Verfügung stehen müssen und auch Zeiten in denen im Plenum Fragen und Änderungswünsche besprochen werden können. Kopien des Gruppentagebuchs könnten später in die individuellen Lerntagebücher der Studierenden aufgenommen werden.

4.2.2 Beispiel zur Geometrie

Auch die Geometrie hat ein besonderes Gewicht, weil sie mit zwei Modulen im Plan vertreten ist. Für das folgende Beispiel nehme ich an, dass wir uns in Modul 4.1 befinden und bereits Vorkenntnisse über die Geometrie der Ebene vorhanden sind, z.B. durch Modul 3.2. Die Vorkenntnisse sollen genutzt werden um die Geometrie des Raumes zu erschließen.

Dafür betrachte ich beispielhaft ein rein mathematisches Problem, das auch von Pólya (2004, S. 7-23) diskutiert wird. Die Studierenden sollen die Länge der Raumdiagonalen eines Quaders berechnen.

Die Kleingruppen sitzen an Gruppentischen, von denen sie die Projektionsfläche neben der Tafel gut sehen können. Der Lehrer gibt einen kurzen Lehrervortrag, den er am Computer vorbereitet hat. Zur Erinnerung wird eine sprachlich entlastete Form von Pólyas Tabelle (Abbildung 5) gezeigt, die die Studierenden aus früheren Stunden bereits kennen. In Comic-Form folgt ein Dialog zwischen einem Lehrer und seinem Schüler. Der Schüler fragt immer wieder, wie er denn ein bestimmtes Problem lösen solle und der Lehrer antwortet immer mit Fragen aus der Tabelle oder der Aufforderung eine Skizze oder einen Plan zu machen. Es wird an keiner Stelle konkret und man erfährt auch nicht, welches mathematische Problem eigentlich von den beiden besprochen wird. Es sind Fragen und Antworten, die auf jedes Problem passen.

WIE SUCHT MAN DIE LÖSUNG?

ERSTENS Du mußt die Aufgabe *verstehen*	VERSTEHEN DER AUFGABE ● *Was ist unbekannt? Was ist gegeben? Wie lautet die Bedingung?* ● Ist es möglich, die Bedingung zu befriedigen? Ist die Bedingung ausreichend, um die Unbekannte zu bestimmen? Oder ist sie unzureichend? Oder überbestimmt? Oder kontradiktorisch? ● Zeichne eine Figur! Führe eine passende Bezeichnung ein! ● Trenne die verschiedenen Teile der Bedingung! Kannst Du sie hinschreiben?
ZWEITENS Suche den Zusammenhang zwischen den Daten und der Unbekannten Du mußt vielleicht Hilfsaufgaben betrachten, wenn ein unmittelbarer Zusammenhang nicht gefunden werden kann Du mußt schließlich einen *Plan* der Lösung erhalten	AUSDENKEN EINES PLANES ● Hast Du die Aufgabe schon früher gesehen? Oder hast Du dieselbe Aufgabe in einer wenig verschiedenen Form gesehen? ● *Kennst Du eine verwandte Aufgabe?* Kennst Du einen Lehrsatz, der förderlich sein könnte? ● *Betrachte die Unbekannte!* Und versuche, Dich auf eine Dir bekannte Aufgabe zu besinnen, die dieselbe oder eine ähnliche Unbekannte hat. ● *Hier ist eine Aufgabe, die der Deinen verwandt und schon gelöst ist. Kannst Du sie gebrauchen?* Kannst Du ihr Resultat verwenden? Würdest Du irgendein Hilfselement einführen, damit Du sie verwenden kannst? ● Kannst Du die Aufgabe anders ausdrücken? Kannst Du sie auf noch verschiedene Weise ausdrücken? Geh auf die Definition zurück! ● Wenn Du die vorliegende Aufgabe nicht lösen kannst, so versuche, zuerst eine verwandte Aufgabe zu lösen. Kannst Du Dir eine zugänglichere verwandte Aufgabe denken? Eine allgemeinere Aufgabe? Eine speziellere Aufgabe? Eine analoge Aufgabe? Kannst Du einen Teil der Aufgabe lösen? Behalte nur einen Teil der Bedingung bei und lasse den anderen fort; wie weit ist die Unbekannte dann bestimmt, wie kann ich sie verändern? Kannst Du etwas Förderliches aus den Daten ableiten? Kannst Du Dir andere Daten denken, die geeignet sind, die Unbekannte zu bestimmen? Kannst Du die Unbekannte ändern oder die Daten oder, wenn nötig, beide, so daß die neue Unbekannte und die neuen Daten einander näher sind? ● Hast Du alle Daten benutzt? Hast Du die ganze Bedingung benutzt? Hast Du alle wesentlichen Begriffe in Rechnung gezogen, die in der Aufgabe enthalten sind?
DRITTENS *Führe* Deinen Plan *aus*	AUSFÜHREN DES PLANES ● Wenn Du Deinen Plan der Lösung durchführst, so *kontrolliere jeden Schritt*. Kannst Du deutlich sehen, daß der Schritt richtig ist? Kannst Du beweisen, daß er richtig ist?
VIERTENS *Prüfe* die erhaltene Lösung	RÜCKSCHAU ● Kannst Du das *Resultat kontrollieren?* Kannst Du den Beweis kontrollieren? ● Kannst Du das Resultat auf verschiedene Weise ableiten? Kannst Du es auf den ersten Blick sehen? ● Kannst Du das Resultat oder die Methode für irgendeine andere Aufgabe gebrauchen?

Abbildung 5: Die Tabelle nach Pólya (1949, Umschlaginnenseite).

Am Schluss des Comics verlässt der Schüler das Schulgebäude und trifft seine Freunde um ihnen beim Umzug zu helfen. Sie haben einen Kastenwagen gemietet. Ein langes Stück Holz vom Kleiderschrank ist noch in der Wohnung. Aber bevor sie entscheiden, ob sie es wirklich aus dem 4. Stock hinunter tragen oder gleich für den Sperrmüll zerlegen, müssen sie wissen, ob es in den Kastenwagen passt. Sie versuchen verzweifelt die Diagonale zu messen, haben aber nur einen kleinen Zollstock und kommen gar nicht in den oberen Winkel des Wagens. Die Längen der Seiten stehen aber bereits in den Mietpapieren. Der Schüler hat die Idee die Diagonale zu berechnen. Aber wie?

Der Arbeitsauftrag an die Studierenden lautet die Diagonale zu berechnen und den Lösungsweg in Dialogform darzustellen. Die Art der Darstellung darf frei gewählt werden. Dies kann z.B. als Zwiegespräch, als Poster mit Comic-Zeichnungen oder als einfacher Text geschehen. Diese Aufgabe wird in *Partnerarbeit* (Klippert, 2002, S. 200, B 59) gelöst, wobei die größere Arbeitsgruppe für Verständnisfragen und bei Problemen um Hilfe gebeten werden kann.

Die Studierenden wissen zunächst nicht so recht, wo sie beginnen sollen. Rückfragen an den Lehrer werden jedoch immer mit Verweis auf die Tabelle an den Partner und die anderen Gruppenmitglieder weitergegeben. Erst wenn eine Gruppe nach längerer Zeit im Gespräch gar nicht weiter kommt übernimmt der Lehrer kurz den Lehrerteil des Dialogs. Er verwendet dafür möglichst die Tabelle, damit die Studierenden erkennen, dass sie damit vielleicht auch selbst hätten arbeiten können.

Pólya (2004, S. 20) unterscheidet zwei Lösungswege. Bei dem ersten ergibt sich ein Plan zur Lösung bei Betrachtung der Unbekannten. Hierbei müssen die Studierenden erkennen, dass es sich um eine Diagonale handelt, die sie bereits über den Satz des Pythagoras berechnen können. Die Analogie zur Geometrie der Ebene ist der zweite Ansatz. Dabei muss man erkennen, dass man eine Ebene in den Raum hineinlegen kann, so dass es ein Problem der Ebenengeometrie wird. Diese zwei Wege unterscheiden sich vor allem in den Hilfsfragen des Lehrers und nicht in den eigentlichen Rechnungen. Vielleicht finden die Lernenden aber auch ganz andere Wege.

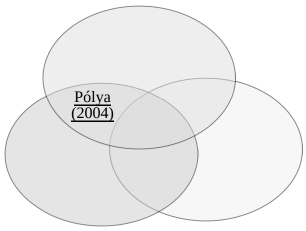

Abbildung 6: Das zweite Beispiel vernetzt Erwachsenenbildung und Aufgabenkultur.

Die erarbeiteten Dialoge werden dann je nach gewählter Präsentationsform im Plenum vorgetragen oder vorgespielt. Zur Binnendifferenzierung können Hilfsfragen oder ganze Dialogstücke angeboten werden, die sich jeweils auf die vier verschiedene Phasen der Tabelle beziehen, aber inhaltlich einen der zwei Lösungswege betreffen, die Pólya angegeben hat. *„'Well, what is the unknown?' 'The diagonal of a parallelepiped.' 'Do you know any problem with the same unknown?' 'No. We have not had any problem yet about the diagonal of a parallelepiped.' 'Do you know any problem with a similar unknown?'... 'You see, the diagonal is a segment, the segment of a straight line. Did you never solve a problem whose unknown was the length of a line?' 'Of course, we have solved such problems. For instance to find the side of a right triangle.' 'Good! Here is a problem related to yours and solved before. Could you use it?'"* (Pólya, 2004, S. 10-11). Auf Anfrage kann der Lehrer den Studierenden-Gruppen, von denen er weiss, dass sie diesen Weg gegangen sind und dass sie sich in dieser Phase befinden, solche Hilfsfragen stellen. Für Studierende mit Schwierigkeiten bei ganz eigenen Lösungswegen muss der Lehrer im Notfall zügig entsprechende Hilfsfragen produzieren.

Die Studierenden dokumentieren ihre Lösungswege, aber auch die der anderen, im Lerntagebuch. So sammeln sie verschiedene Strategien, die später in anderen Zusammenhängen nützlich sein können.

4.2.3 Fermi-Fragen — Modulübergreifend

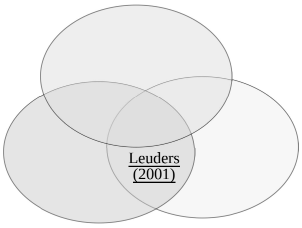

Abbildung 7: Das dritte Beispiel vernetzt Aufgaben- und Unterrichtskultur.

„Unter Fermi-Fragen wird ein Typ von Aufgaben verstanden, dessen Ursprünge auf den Physiker Enrico Fermi zurückgehen. In der Physik gehört es zu den maßgeblichen Tugenden, auch solche Größen schnell abschätzen zu können, zu denen man weder vollständige Informationen noch eine eindeutige Berechnungsformel hat. Fragen, die diese Fähigkeiten – auch in einfachen Alltagskontexten – fordern und fördern, werden als Fermi-Fragen behandelt [...]“ (Leuders, 2001, S. 103).

Fermi-Fragen habe ich bereits im Kolleg-Bereich des RVK eingesetzt, sie bieten sich aber auch für die Abendrealschule an, da sich das mathematische Niveau der Antworten ganz automatisch nach dem Wissensstand der Teilnehmer richtet. Dieser Aufgabentyp eignet sich in besonderem Maße zur Vernetzung von Fach- und Alltagswissen. Fermi-Fragen lassen sich nicht einem einzelnen Modul des Stoffverteilungsplans zuordnen.

Für den Einsatz in der ARS müssen die Lernenden zunächst mit einfachen Beispielen an diesen Aufgabentyp herangeführt werden. Eine einleitende Geschichte zum Mythos des Enrico Fermi, wie sie z.B. bei Tipler (2000, S. 10-13) zu finden ist, hilft den Studierenden die grundlegende Idee des Aufgabentyps näher zu bringen. Methodisch bietet sich hier ein *Lehrervortrag* (Leuders, 2001, S. 160) an. Anschließend stellt der Lehrer die klassische Fermi-Frage nach der Zahl der Klavierstimmer in Chicago (Tipler, 2000, S. 11). Es ist nicht zu erwarten, dass die Studierenden hier sofort einen Lösungsansatz finden, aber ihnen wird Gelegenheit gegeben mit einfachen Hilfestellungen weitere Informationen zur Aufgabe zu sammeln. Dafür bietet sich eine Recherche im Internet an oder die Telefonbucheinträge der Stadt Chicago. Auch eine Enzyklopädie hilft, um wenigstens die Einwohnerzahl zu bestimmen. Bei diesem ersten Kontakt mit dem neuen Aufgabentyp muss der Lehrer zunächst noch stark führen damit die Studierenden ein Gefühl dafür bekommen, wo die Reise hin geht. Dies geschieht durch sehr gezielte Fragen: Wie viele Arbeitsstunden hat ein Klavierstimmer pro Woche? Wie viele pro Jahr? Jede wievielte Familie wird wohl ein Klavier besitzen? Wie groß ist eine typische amerikanische Familie? Auf diese Weise werden gezielt verschiedene Lösungswege angedeutet, die dann von einzelnen Arbeitsgruppen detailliert ausgearbeitet werden. Methodisch lassen sich *Kreativitätstechniken* (Leuders, 2001, S. 175) nutzen, um erst einmal Ideen zu produzieren, denn für die Studierende ist besonders ungewohnt, dass sie bei Fermi-Fragen scheinbar zu wenig Informationen haben, um etwas berechnen zu können.

Nachdem die Studierenden in Gruppen mit verschiedenen Techniken, wie *Mind-Mapping* (Leuders, 2001, S. 176) und *Brainstorming* (Leuders, 2001, S. 175) vom Lehrer vorgegebene Fermi-Fragen bearbeitet haben, sollen sie sich auch selbst solche Fragen ausdenken. Sie könnten z.B. die Anzahl der Stühle in der Schule oder die Anzahl der Hunde in ihrer Stadt abschätzen. Der Fantasie sind dabei keine Grenzen gesetzt und wenn die Fragen von den Lernenden selbst kommen, dann betrachten sie diese auch eher als relevant. An dieser Stelle bietet sich besonders die Vernetzung mit Pólyas Tabelle (Abbildung 5) an, da die Studierenden zur Bearbeitung von Fermi-Fragen heuristische Strategien reflektieren müssen. Die Lösungsstrategien werden dabei schriftlich festgehalten und den anderen Gruppen präsentiert, damit die gesamte Klasse ihr erarbeitetes Wissen vernetzt.

4.2.4 Beispiel zu mathematischen Basis-Fertigkeiten

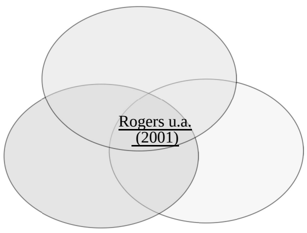

Abbildung 8: Das vierte Beispiel vernetzt alle 3 Felder dieser Hausarbeit.

In diesem abschließenden Beispiel soll es inhaltlich um einfachste mathematische Fertigkeiten gehen, wie sie für Modul 1.1 benötigt werden. Es könnte also bereits im Vorkurs zur Abendrealschule angesiedelt sein, spätestens jedoch zu Beginn der ARS 1.

Die Tische des Klassenraums stehen an den Wänden und die Stühle sind zu einem Stuhlkreis zusammengestellt. Der Lehrer begrüßt die Studierenden und erzählt über das, was sie im folgenden erwartet. Der Unterricht beginnt mit Aktivitäten zum Kennenlernen: aus einer Urne mit Namenszetteln zieht eine Studierende Pärchen, die sich zum *Partner Interview* (Rogers u. a., 2001, S. 16) zurückziehen. Wo sie das Interview durchführen ist ihnen überlassen. Sie dürfen auch in die Cafeteria gehen, wenn sie zur vereinbarten Zeit wieder im Stuhlkreis erscheinen. Vorher jedoch legt der Lehrer noch eine Folie mit Leitfragen auf den Tageslichtschreiber (Wie alt bist du? Was war dein schönstes Erlebnis? Was machst du zuerst, wenn du nach hause kommst?...), weil er bemerkt, dass die Studierenden an diesem ersten Unterrichtstag noch ein wenig schüchtern sind und etwas Hilfe brauchen. Jeder Studierende versucht so viel wie möglich über seinen Partner, dessen Vergangenheit, Interessen und Vorlieben, herauszufinden. Für die anschließende Vorstellungsrunde macht er sich Notizen auf einem Kärtchen. Bei ungerader Teilnehmerzahl ist auch der Lehrer ein Interviewpartner. Anschließend bekommen die Teilnehmer Gelegenheit ihre Partner dem Plenum vorzustellen.

Der Lehrer notiert sich Vorlieben, die häufiger auftauchen und schreibt diese auf große Zettel, von denen er einige im Raum auslegt. Weitere Zettel hat er bereits vorher vorbereitet. Die Zettel werden kurz vorgelesen und die Studierenden müssen sich schnell zu einem Zettel begeben, der ihrer wichtigsten Vorliebe entspricht (Rogers u. a., 2001, S. 16, Methode *Instant Survey*). Diese Methode wird mehrmals wiederholt und beim letzten Mal bilden die Studierenden, die beim gleichen Zettel stehen eine Arbeitsgruppe.

Sobald sich die Studierenden näher kennen gelernt haben, werden die Inhalte mathematischer. Mit der typischen kooperativen Methode *Think-Pair-Share* (Rogers u. a., 2001, S. 25) sollen sie folgende Aufgabe bearbeiten, bei der es um die Definition der Addition geht (Rogers u. a., 2001, S. 26):

Die Studierenden bekommen ein Bild mit drei ausgefüllten Dreiecken, einem ausgefüllten Quadrat und vier ausgesparten Quadraten. Der Lehrer stellt fest, dass hier vier ausgefüllte geometrische Figuren vorliegen und fünf Quadrate. Insgesamt zählt man 8 Figuren. Die Schlussfolgerung sei, dass $4 + 5 = 8$. Mit Hilfe der Mengenlehre und mit Mengenkreisen sollen die Studierenden nun argumentieren, warum die Schlussfolgerung falsch ist. Entsprechend der gewählten Methode denken (*think*) sie zunächst allein über die Aufgabenstellung nach, bevor sie sich mit einem Partner austauschen (*pair*). Sobald die Paare zu einem Konsens gekommen sind, kann in der Arbeitsgruppe die Lösung diskutiert werden (*share*). Eine Arbeitsgruppe präsentiert dann ihre Lösung der gesamten Klasse.

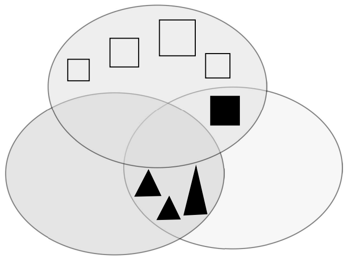

Abbildung 9: „$4 + 5 = 8$?“ Die Mengenkreise sollen die Mengen der Quadrate, der ausgefüllten Körper und der Dreiecke symbolisieren. Die Menge der Dreiecke wird hier nicht zur Lösung benötigt. Sie wird aber von den Studierenden in der Diskussion vermutlich erwähnt werden.

Die nächste Aufgabe der Arbeitsgruppen besteht darin Spiele zu entwickeln, mit denen sie selbst Rechnen üben können. Der Lehrer gibt eine kurze Einführung in die 4 Grundrechenarten. Anschließend müssen die Studierenden in ihren Arbeitsgruppen einfache Rechnungen im Kopf oder schriftlich durchführen. Schwierigkeiten müssen immer zuerst in der Gruppe geklärt werden, bevor der Lehrer um Hilfe gebeten wird. Jede Arbeitsgruppe erstellt dann Beispiel-Aufgaben, die sie für schwierig, aber lösbar hält. Der Lehrer schlägt anschließend mögliche Spiele vor.

Dies könnte z.B. Rechenfussball sein. Bei diesem Spiel sind auf einem Spielfeld verschiedene Zahlen als Spieler abgebildet. Der Spielball ist das jeweils letzte Rechenergebnis der anderen Mannschaft. Und jede Mannschaft versucht nun mit diesem Ergebnis (Ball) und einer Zahl auf dem Spielfeld (Spieler) die Zahl im Tor der gegnerischen Mannschaft (rechnerisch) zu treffen. Hierbei gibt es jede Menge sozialer, aber auch mathematischer Aktivitäten: die Regeln müssen ausgehandelt und aufgeschrieben werden, das Spielfeld muss erstellt werden und schließlich muss auch gespielt werden. Dabei muss innerhalb jeder Mannschaft immer wieder überlegt werden, wie der nächste Schuss sein soll.

Der Anfangsunterricht im ARS-Vorkurs geht weiter mit einfachen Längenmessungen mit einem Gliedermaßstab. So bekommen die Lernenden eine Vorstellung von der Dimension eines Zimmers und dem, was uns umgibt. Von Beginn an wird dabei mit Einheiten gearbeitet, damit sofort Länge, Fläche und Volumen richtig eingeordnet werden. So wird die Multiplikation an realen Objekten geübt. Anlass für solche Aktivitäten kann z.B. die Neugestaltung des Klassenraums sein.

Auf einer abstrakteren Ebene werden die drei Dimensionen noch einmal mit kleinen Holzwürfeln „begriffen“. Die Studierenden sollen aus kleinen Würfeln zunächst 10er-Stäbe, dann 100er-Platten und schließlich 1000er-Würfel zusammenbauen. Der 1000er Würfel kann später als neuer 1er-Würfel definiert werden und man kann Vorsilben wie *Milli, Mikro*, aber auch *Kilo* und *Mega* im Wortsinn begreifen. In einer kooperativen Lernumgebung erbeben sich damit zahlreiche Anlässe zum Mathematiktreiben. Obwohl diese Konzepte sonst eher in der Primarstufe zum Einsatz kommen, so können sie doch auch im Vorkurs der ARS helfen einen neuen Zugang zur Mathematik zu finden.

Zwecks individueller Lernberatung, aber auch zur persönlichen Nachbereitung muss jeder Studierende die Stundeninhalte in einem Lerntagebuch dokumentieren. Die Lernberatung findet in den Arbeitsphasen der Gruppen statt. Der Lehrer zieht sich dafür mit einem Studierenden zur Beratung zurück. Darüber hinaus bietet der Lehrer eine Sprechstunde an, zu der die Studierenden zusätzlich beraten werden, wenn sie es wünschen. Die Beratungen sind auch Gelegenheiten das Planungshandeln frühzeitig zu beeinflussen. Gemeinsam mit dem Studierenden wird dabei ein Wochenplan erstellt und auch besprochen, wie er sein Lernen effizient vor- und nachbereiten kann.

5 Fazit und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird die Notwendigkeit einer neuen Kultur des Unterrichts und der Mathematikaufgaben für die Abendrealschulen begründet. Für die Anwendung im Unterricht werden Handlungsanweisungen anhand von Beispielen beschrieben, die helfen sollen die pädagogische Praxis am Rahel-Varnhagen-Kolleg zu optimieren. Die Anwendung dieses Konzeptes betrifft vor allem die Lehrerfunktionen *Unterrichten* und *Erziehen*, aber teilweise auch das *Beraten*, *Innovieren* und *Kooperieren*.

Ein offenerer Umgang zwischen Lehrern und Studierenden, mit mehr Mitbestimmung der erwachsenen Lernenden, mehr Selbstständigkeit, Eigenverantwortung und Teamfähigkeit, steht im Zentrum der neuen Unterrichtskultur. Der neue Mathematikunterricht setzt dabei auf kleine kooperative Gruppen, Erforschen, soziale Aktivität und den Mut zur Offenheit, auch bei den Aufgaben. Die Heterogenität der Studierenden im zweiten Bildungsweg wird hier als Chance verstanden, weil Heterogenität sich ergänzender Teammitglieder eine Grundvoraussetzung für fruchtbare Zusammenarbeit in Gruppen ist.

Im Rahmen dieser Hausarbeit wird die Umsetzung der neuen Kultur beispielhaft beschrieben. Einzelne Autoren der Fachliteratur stehen hierbei für die Vernetzung der einzelnen Teilgebiete *Unterrichtskultur, Aufgabenkultur* und *Erwachsenenbildung*.

Eine nachhaltige Änderung der pädagogischen Praxis am RVK wird nur eintreten, wenn diese Ideen auch praktisch umgesetzt werden. Dies ist im einzelnen Fachunterricht nur sehr eingeschränkt möglich. Es besteht jedoch Aussicht auf Erfolg, wenn auch die Lehrer kooperativ in Teams arbeiten und dabei die hier beschriebenen Aspekte der neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur beherzigen.

Mit dem ersten Lehrerteam übernehmen zwei Kollegen und ich im Februar 2006 den Vorkurs der Abendrealschule in allen Fächern (Deutsch, Englisch, Mathematik). Unser Team wird sich auch am BLK-Modellversuch *Sinus-Transfer* beteiligen. Dazu werden wir ein Konzept zur Sprachförderung im Mathematik-Vorkurs der ARS entwickeln.

Literatur

[Bruner 1986] BRUNER, Jerome S.: *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press, 1986

[Büchter und Leuders 2005] BÜCHTER, Andreas ; LEUDERS, Timo: *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. 1. Auflage. Berlin : Cornelsen, 2005

[Bürger 1978] BÜRGER, W.: *Teamfähigkeit im Gruppenunterricht*. 1. Auflage. Weinheim und Basel : Beltz, 1978

[Dreikurs 2004] DREIKURS, R.: *Psychologie im Klassenzimmer*. 2. Auflage. Stuttgart : Klett-Cotta, 2004

[Hagelgans u. a. 1995] HAGELGANS, Nancy L. (Hrsg.) ; REYNOLDS, Barbara E. (Hrsg.) ; SCHWINGENDORF, Keith (Hrsg.) ; VIDAKOVIC, Draga (Hrsg.) ; DUBINSKY, Ed (Hrsg.) ; SHAHIN, Mazen (Hrsg.) ; WIMBISH, G. Joseph J. (Hrsg.): *MAA Notes*. Bd. 37: *A Practical Guide to Cooperative Learning in Collegiate Mathematics*. The Mathematical Association of America, 1995

[von Hentig 1993] HENTIG, Hartmut von: *Die Schule neu denken*. München : Carl Hanser Verlag, 1993

[Huber u. a. 1984] HUBER (Hrsg.) ; ROTERING-STEINBERG (Hrsg.) ; WAHL (Hrsg.): *Schriftenreihe des Deutschen Instituts für Fernstudien an der Universität Tübingen*. Bd. 18: *Kooperatives Lernen*. Weinheim : Beltz Verlag, 1984

[Hunger und Thränhardt 2004] HUNGER, Uwe ; THRÄNHARDT, Dietrich: Migration und Bildungserfolg: Wo stehen wir? In: *IMIS-Beiträge* 23 (2004), S. 179–197

[Jonas 1984] JONAS, Hans: *Das Prinzip Verantwortung*. 1. Auflage. Frankfurt : Suhrkamp, 1984

[Kidd 1979] KIDD, J.R.: *Wie Erwachsene lernen*. 1. Auflage. Braunschweig : Westermann, 1979

[Klippert 2002] KLIPPERT, H.: *Teamentwicklung im Klassenraum*. 6. Auflage. Weinheim und Basel : Beltz Verlag, 2002

[Klippert 2004] KLIPPERT, H.: *Methodentraining*. 14. Auflage. Weinheim und Basel : Beltz Verlag, 2004

[Kristen 2003] KRISTEN, Cornelia: Ethnische Unterschiede im deutschen Schulsystem. In: *Aus Politik und Zeitgeschichte* 53 (2003), Nr. B 21-22, S. 26–32

[Leuders 2001] LEUDERS, Timo: *Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II*. Berlin : Cornelsen, 2001

[Piaget 1969] PIAGET, Jean: *Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde*. 1. Auflage. Stuttgart : Klett Verlag, 1969

[Pólya 1945] PÓLYA, G.: *How to Solve It*. 1. Auflage. Princeton : Princeton University Press, 1945

[Pólya 1949] PÓLYA, G.: *Schule des Denkens*. Bern : Francke Verlag, 1949. – Titel der Originalausgabe: How to Solve It

[Pólya 2004] PÓLYA, G.: *How to Solve It*. Expanded Princeton Science Library Edition. Princeton : Princeton University Press, 2004

[Rogers u. a. 2001] ROGERS, Elizabeth C. (Hrsg.) ; REYNOLDS, Barbara E. (Hrsg.) ; DAVIDSON, Neil A. (Hrsg.) ; THOMAS, Anthony D. (Hrsg.): *MAA Notes*. Bd. 55: *Cooperative Learning in Undergraduate Mathematics*. The Mathematical Association of America, 2001

[Röhr 1995] RÖHR, Martina: *Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe*, Universität Dortmund, Dissertation, 1995

[Spitzer 2002] SPITZER, Manfred: *Lernen*. Heidelberg : Spektrum Verlag, 2002

[Tipler 2000] TIPLER, Paul A.: *Physik*. 3. Auflage. Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 2000

[Tippelt 1999] TIPPELT, Rudolf: *Handbuch Erwachsenenbildung, Weiterbildung*. 2. Auflage. Opladen : Leske + Budrich, 1999

[Wahl u. a. 1993] WAHL, D. (Hrsg.) ; WÖLFING, W. (Hrsg.) ; RAPP, G. (Hrsg.) ; HEGER, D. (Hrsg.): *Neue Formen des Lernens im Betrieb*. Bd. 2: *Erwachsenenbildung konkret*. 3. Auflage. Weinheim : Deutscher Studien Verlag, 1993